УДК 004.023+519.173.1.
doi:10.21685/2072-3059-2021-1-4

Построение оптимального остовного дерева как инструмент для обеспечения устойчивости сети связи

Б. Ф. Мельников[1], Ю. Ю. Терентьева[2]

[1]Совместный университет МГУ–ППИ в Шэньчжэне, Китай
[2]Центр информационных технологий и систем
органов государственной власти, Москва, Россия

[1]bormel@mail.ru, [2]terjul@mail.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* При проектировании/модернизации и эксплуатации сетей связи одной из самых главных задач является обеспечение ее устойчивости. Реальные сети связи часто имеют высокую размерность, и, соответственно, при их проектировании и модернизации для экономии ресурсов важно получать решения, как можно более близкие к оптимальным. Устойчивость сети связи непосредственно связана с количеством независимых маршрутов между вершинами моделирующего графа, описывающего информационные направления связи. Авторами рассмотрен вопрос разработки алгоритмов построения независимых путей и показана эффективность использования процедур формирования оптимального остовного дерева для решения задачи обеспечения устойчивости сети связи. Цель исследования: разработка алгоритмов построения оптимальных независимых путей между заданными вершинами графа с целью обеспечения требуемой живучести сети связи при минимизации затрат на модернизацию топологии сети связи. *Материалы и методы.* Используются алгоритмы теории графов, как известные, так и вновь разработанные. В частности, рассматриваются жадные алгоритмы, а также другие эвристические алгоритмы. *Результаты.* Разработаны эвристические алгоритмы построения оптимальных независимых путей между заданными вершинами графа сети связи, показана эффективность использования подхода формирования оптимального остовного дерева для решения задачи обеспечения устойчивости сети связи. *Выводы.* Было предложено улучшение алгоритмов построения оптимального остовного дерева, которое использовалось при построении независимых путей между вершинами графа и показана эффективность использования процедур формирования остовного дерева для решения задачи обеспечения устойчивости сети связи.

Ключевые слова: устойчивость сети связи, граф сети связи, эвристические алгоритмы

Для цитирования: Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. Построение оптимального остовного дерева как инструмент для обеспечения устойчивости сети связи // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2021. № 1. С. 36–45. doi:10.21685/2072-3059-2021-1-4

Construction of an optimal spanning tree as a tool to ensure the stability of the communication network

B.F. Mel'nikov[1], Yu.Yu. Terent'eva[2]

[1]Shenzhen MSU-BIT University, China

[2]Center for Information Technologies and Systems
of State Authorities, Moscow, Russia
[1]bormel@mail.ru, [2]terjul@mail.ru

Abstract. *Background.* When designing/modernizing and operating communication networks, one of the most important tasks is to ensure its stability. Real communication networks, as a rule, are large-scale, and, accordingly, it is important to obtain solutions as close to optimal as possible as a necessary factor in saving resources. The stability of the communication network in terms of survivability is directly related to the number of independent routes between the vertices of the modeling graph that form the information communication directions. The authors will consider the issue of developing algorithms for constructing independent paths and show the effectiveness of using the procedures for forming an optimal spanning tree to solve the problem of ensuring the stability of the communication network. Purpose of the study. Development of algorithms for constructing optimal independent paths between given vertices of the graph in order to ensure the required livability of the communication network while minimizing the cost of upgrading the communication network topology. *Materials and methods.* Algorithms of graph theory, both well-known and newly developed, are used. In particular, greedy algorithms are considered, as well as other heuristic algorithms. *Results.* Heuristic algorithms for constructing optimal independent paths between the given vertices of the communication network graph are developed, the effectiveness of using the approach of forming an optimal spanning tree for solving the problem of ensuring the stability of the communication network is shown. *Conclusions.* Improvement of algorithms for constructing an optimal spanning tree was proposed, which was used to construct independent paths between the vertices of a graph, and the efficiency of using procedures for forming a spanning tree to solve the problem of ensuring the stability of a communication network was shown.

Keywords: communication network stability, communication network graph, heuristic algorithms

For citation: Mel'nikov B.F., Terent'eva Yu.Yu. Construction of an optimal spanning tree as a tool to ensure the stability of the communication network. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Tekhnicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Engineering sciences.* 2021;1:36–45. (In Russ.). doi:10.21685/2072-3059-2021-1-4

Введение

Вопрос обеспечения устойчивости сети связи является важнейшим при проектировании и эксплуатации сетей связи[1]. При этом устойчивость напрямую зависит от *количества независимых путей* между рассматриваемыми вершинами, образующими информационное направление связи. Большие размерности реальных сетей связи сопровождаются и большими требуемыми ресурсами на создание топологии. Поэтому задача выбора и разработки алгоритмов построения топологии сети связи в настоящее время является весьма актуальной.

Ранее построение дополнительного независимого пути между вершинами модельного графа в теории сетей связи не являлось отдельно рассматриваемой задачей и решалось большей частью «нематематическими» подходами. Но увеличение размерности современных сетей связи потребовало системного профессионального подхода к решению данной задачи.

[1] ГОСТ Р 5311–2008. Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки. URL: http://docs.cntd.ru/document/1200073594

1. Предварительные сведения

Итак, пусть задан граф сети связи $G=\langle V,E\rangle$, где $V=\{v_i\}_{i=1}^{n}$ – множество вершин графа ($n\in N$); $E=\left\{(v_i,v_j)\right\}_{i\neq j}$ – множество ребер графа ($1\le i\le n$, $1\le j\le n$), $v_i\in V$, $v_j\in V$.

Обозначим путь $P_k(v_1,v_2)$ между вершинами графа $v_1\in V$ и $v_2\in V$ как $P_k(v_1,v_2)=\left(v_1^k,v_2^k,..v_{N_k}^k\right)$, где $\left(v_i^k,v_{i+1}^k\right)\in E$, $1\le i<N_k$, $k\in[0,N(v_1,v_2)]$ – количество путей между рассматриваемыми вершинами.

Будем считать пути $P_k(v_1,v_2)=\left(v_1^k,v_2^k,..v_{N_k}^k\right)$ и $P_m(v_1,v_2)=\left(v_1^m,v_2^m,..v_{N_k}^m\right)$ между вершинами графа $v_1\in V$ и $v_2\in V$ независимыми, если

$$\left\{v_1^m,v_2^m,..v_{N_k}^m\right\}\bigcap\left\{v_1^k,v_2^k,..v_{N_k}^k\right\}=\{v_1,v_2\}.$$

Другими словами, все вершины двух независимых путей между рассматриваемыми вершинами v_1 и v_2 различны, за исключением v_1 и v_2.

Пусть каждая вершина графа имеет координаты на плоскости. В частности, если граф является моделью топологии сети связи, то каждая вершина (узел сети связи) имеет географические координаты – широту и долготу. Вес ребра $w(v_1,v_2)$ будем рассматривать как функцию географического расстояния между инцидентными точками-вершинами v_1 и v_2 с заданными географическими координатами (в качестве простого варианта веса ребра можно рассматривать расстояние по теореме Пифагора).

Ранее авторами рассматривался подход к построению нового независимого пути между заданными вершинами графа сети связи [1–3]. Также авторами рассматривалась задача построения связного графа с минимальной суммарной функцией весов достраиваемых ребер. Исследовался вопрос эффективности применения алгоритма Краскала [4–8] для реальных сетей связи. «Классические алгоритмы» построения оптимального остовного дерева для сетей связи больших размерностей давали неудовлетворительные результаты в силу высоких требуемых временны́х ресурсов.

Нами в результате исследований было разработано несколько эвристических алгоритмов построения минимального остовного дерева, которые были независимо запрограммированы (протестированы, результаты совпали на тестовых примерах) и которые показали очень хорошие результаты на реальных сетях связи. Авторами было замечено, что данные алгоритмы могут быть также использованы для решения очень актуальной и важной задачи при проектировании сети связи, а именно для формирования множества новых ребер графа, которые, с одной стороны, имели бы как можно меньший суммарный вес, а с другой – давали бы качественное улучшение показателей живучести путем образования новых независимых путей между рассматриваемыми вершинами графа сети связи.

Один из подходов к построению нового псевдооптимального независимого пути детально изложен в [2], для соответствующего алгоритма будем использовать название Алгоритм 1. Это рекурсивный алгоритм, основанный на поиске ближайшей вершины к серединной точке между текущими вершинами. В настоящей статье рассматривается другой алгоритм, основанный на принципе построения минимального остовного дерева. Назовем его Алгоритм 2.

2. Об алгоритме построения нового независимого псевдооптимального пути на основе принципа остовного дерева

Суть Алгоритма 2 заключается в следующем. На первом шаге мы находим все имеющиеся независимые пути, соединяющие рассматриваемые вершины. На втором шаге мы маркируем все транзитные вершины найденных путей как отсутствующие (вместе с инцидентными им ребрами), и они в дальнейшем построении не участвуют, а лишь приводятся в активное состояние после построения нового пути. Эта процедура идентична процедуре первого и второго шага Алгоритма 1. В результате данных действий очевидным образом связность графа теряется. Граф становится несвязным. И теперь мы пытаемся восстановить связность с минимальной суммой весов достраиваемых ребер. Используем для этого алгоритм построения минимального остовного дерева (детально этот вопрос с вариантами алгоритмической реализации рассматривался в [8]), в результате которого должен появиться новый путь.

Алгоритм 2

Шаг 1. Находим все независимые пути между вершинами v_1 и v_2, последовательно применяя алгоритм нахождения кратчайшего пути между заданными вершинами.

Шаг 2. Формируем множество S всех вершин, содержащихся в независимых путях, полученных в шаге 1, за исключением v_1 и v_2.

Шаг 3. Удаляем из графа $G = \langle V, E \rangle$ все вершины, принадлежащие множеству S, а также все ребра, инцидентные вершинам множества S. Пусть $G' = \langle V', E' \rangle$ – полученный граф.

Шаг 4. Для графа $G' = \langle V', E' \rangle$ строим минимальное остовное дерево алгоритмом, изложенным в [8].

Шаг 5. Находим кратчайший путь между v_1 и v_2. Это есть новый независимый псевдооптимальный путь между v_1 и v_2. Останов.

Конец описания алгоритма.

Таким образом, применяя процедуру построения минимального остовного дерева, мы посредством добавления новых ребер строим *новый псевдооптимальный путь*, соединяющий рассматриваемые вершины графа.

3. Оценка полученных результатов

Экспериментальное сравнение двух подходов к построению независимых путей между рассматриваемыми вершинами графа сети связи выявило следующее. Первый подход, как уже упоминалось, был основан на рекурсивном алгоритме с поиском ближайшей «серединной» вершины. Второй – на построении минимального остовного дерева. Отметим, что это – принципиально разные подходы. В подавляющем большинстве случаев наиболее эффективным оказался подход, основанный на жадном эвристическом алгоритме построения минимального остовного дерева. Сравнение производилось по следующим критериям:

- суммарный вес достраиваемых ребер графа сети связи, км;
- средний вес достраиваемых ребер, км;
- конфигурация сети:
- так называемая *многопараметрическая* генерация сети связи (назовем это «Генерация № 0»),
- генерация сети с *равномерным* распределением вершин (назовем это «Генерация № 1»),
- генерация сети *с учетом инфраструктуры* городов (назовем это «Генерация № 2»),
- генерация, выполненная *комбинированным способом*, с возможностью позиционировать вершины графа «вручную» (назовем это «Генерация № 3»);
- время работы, секунды.

Заметим, что в силу специфики предметной области проектирования сетей связи средний вес достраиваемых ребер рассматривался как важный параметр. При этом, конечно же, меньший средний вес является более хорошим показателем.

Пусть W_1 – суммарный вес достраиваемых ребер, MW_1 – средний вес достраиваемых ребер, t_1 – время работы алгоритма (секунды), данные получены в результате работы Алгоритма 1. Аналогично: W_2 – суммарный вес достраиваемых ребер, MW_2 – средний вес достраиваемых ребер, t_2 – время работы алгоритма (секунды), данные получены в результате работы Алгоритма 2.

Для сравнения рассмотрим отношение показателей. Результаты сравнения представлены в табл. 1.

Таблица 1

Два подхода построения псевдооптимальных независимых путей

Критерий сравнения		Генерация № 0	Генерация № 1	Генерация № 2	Генерация № 3
1	W_1 / W_2	≥10	1.3	3.7	5.9
2	MW_1 / MW_2	≥15	1.15	1.7	7.7
3	t_1 / t_2	≈1	≈1	≈1	≈1

Для иллюстрации приведем пример работы двух алгоритмов. На рис. 1 показана связная сеть связи, сгенерированная с равномерным распределением вершин (что соответствует Генерации № 1) и рассмотрено произвольно одно информационное направление связи, задаваемое двумя вершинами графа. Между рассматриваемыми вершинами только один путь (доказательством данного факта служит то, что сам граф сгенерирован жадным алгоритмом по принципу минимального остовного дерева, следовательно, в графе не может быть ни одного цикла, и любая пара вершин имеет только один путь).

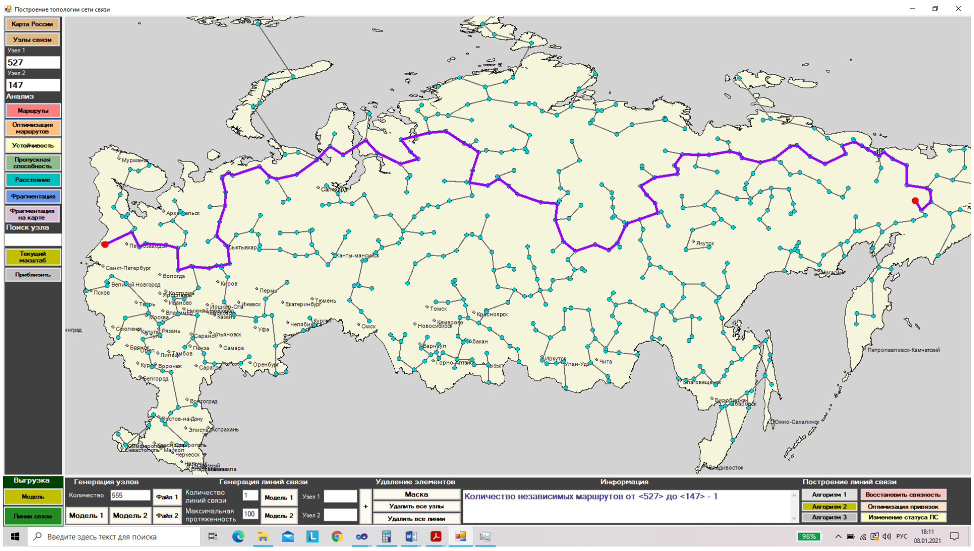

Рис. 1. Пример. Исходный граф. Один путь между рассматриваемыми узлами

На рис. 2 приведен результат работы Алгоритма 1: построен новый независимый путь с соблюдением принципов минимизации длины достраиваемых ребер.

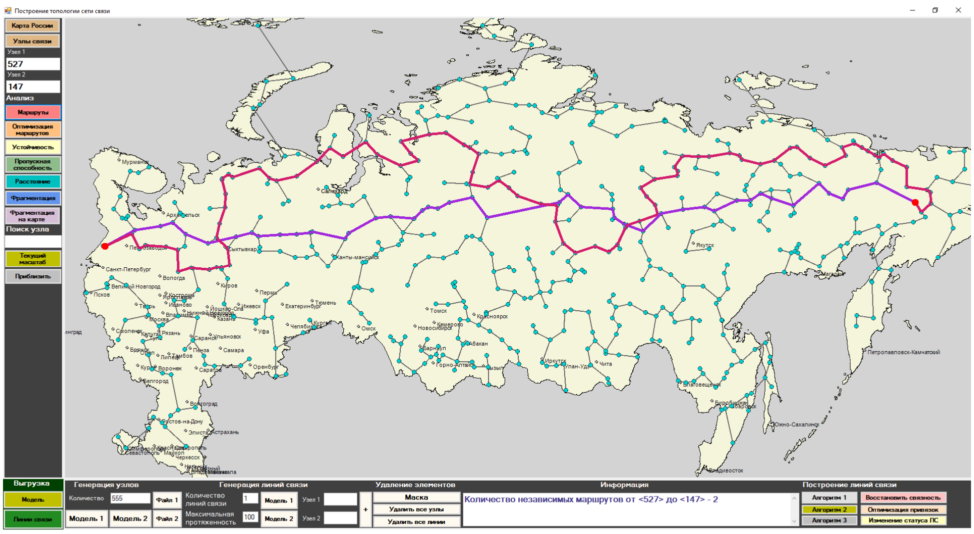

Рис. 2. Пример. Построение нового независимого пути – Алгоритм 1

На рис. 3 показаны *новые* ребра, которые формировали новый независимый путь Алгоритмом 1.

На рис. 4 приведен результат работы Алгоритма 2.

На рис. 5 показаны *новые* ребра, которые формировали новый независимый путь Алгоритмом 2.

Таким образом, сравнительный анализ, проведенный над группой примеров, показал, что подход построения нового независимого пути между двумя заданными вершинами графа, основанный на минимальном остовном дереве, эффективен и может быть использован при проектировании реальных сетей связи высоких размерностей.

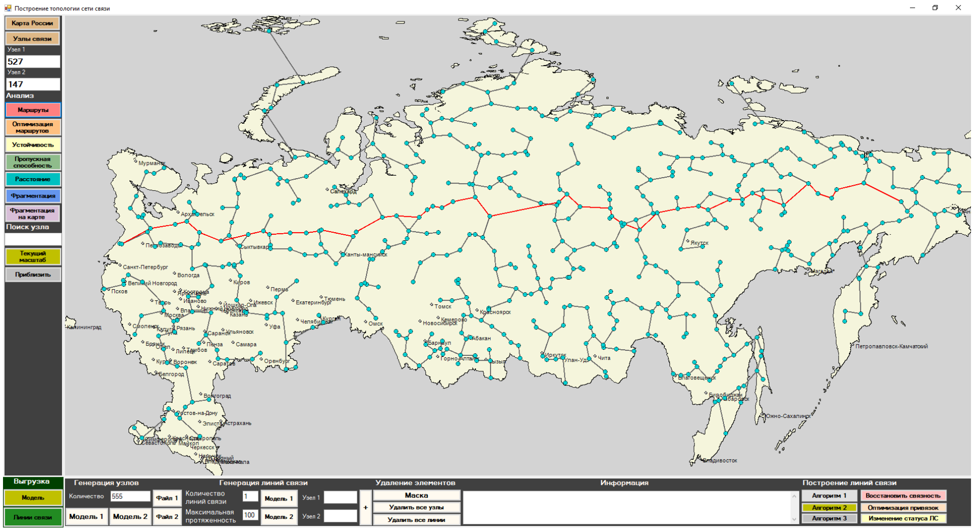

Рис. 3. Пример. Результат работы Алгоритма 1 – 7600 км новых ребер

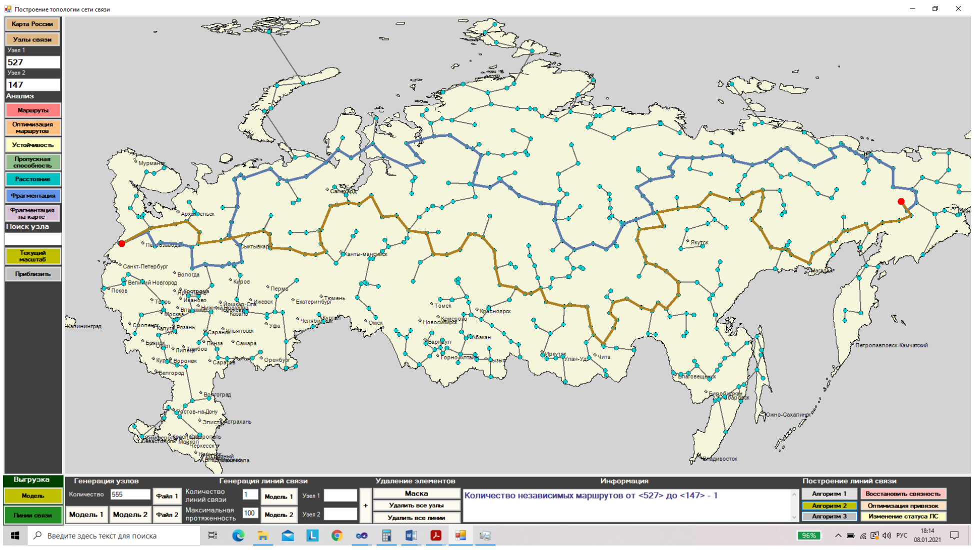

Рис. 4. Пример. Построение нового независимого пути – Алгоритм 2

4. Некоторые важные аспекты, связанные с независимыми путями между вершинами графа

Построенные независимые пути между заданными вершинами графа сети связи очевидным образом дальше нужно будет «уметь находить» некой определенной процедурой. И здесь мы хотим обозначить следующую важную задачу – найти *все* независимые пути. Эта задача отличается от серии задач нахождения кратчайших путей [9]. Более того, следует отметить, что алгоритмы нахождения кратчайших путей здесь становятся неэффективными по причине «потери» возможного независимого пути (заметим, что чем более разветвленная сеть, тем выше вероятность «потери» независимого пути). А для обеспечения устойчивости сети связи важно иметь большее количество независимых путей, пусть даже если каждый из них будет превосходить кратчайшие пути по сумме весов ребер. Такая задача будет являться развитием предмета настоящей статьи, поскольку в Алгоритме 2 в шаге 1 можно сделать более качественную процедуру, которая будет находить максимальное (или псевдооптимальное) количество независимых путей, тем самым делая процедуру формирования топологии сети связи более оптимальной в целом.

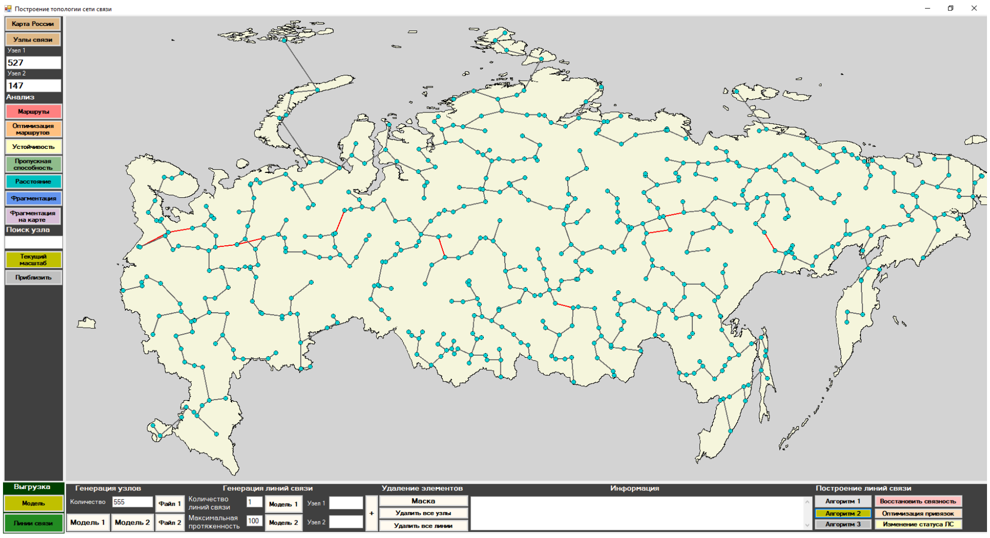

Рис. 5. Пример. Результат работы Алгоритма 2 – 2406 км новых ребер

Заключение

Таким образом, показана эффективность использования подхода построения минимального остовного дерева при рассмотрении задачи обеспечения устойчивости сети связи. Нами было предложено два принципиально различных метода формирования новых ребер графа сети связи, образующих новый независимый путь между рассматриваемыми вершинами графа. Проведено сравнение, которое показало целесообразность использования подхода, основанного на построении оптимального остовного дерева, для сетей связи высоких размерностей, близких к реальным.

Список литературы

1. Melnikov B. F., Meshchanin V. Y., Terentyeva Y. Y. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks // Journal of Physics: Conference Series, International Scientific Conference ICMSIT–2020 : Metrological Support of Innovative Technological, ICMSIT-2020 (paper 3095). http://conf.domnit.ru/en/conferences/icmsit-2020-en/
2. Булынин А. Г., Мельников Б. Ф., Мещанин В. Ю., Терентьева Ю. Ю. Оптимизационные задачи, возникающие при проектировании сетей связи высокой размерности, и некоторые эвристические методы их решения // Информатизация и связь. 2020. № 1. С. 34–40. URL: https://elibrary.ru/item.asp?id=42839357

3. Булынин А. Г., Мельников Б. Ф., Мещанин В. Ю., Терентьева Ю. Ю. Алгоритмы проектирования сетей связи с применением жадных эвристик разных типов // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020) : сб. тр. по материалам VI Междунар. конф. и молодежной школы. Самара, 2020. С. 856–860. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43576630
4. Kruskal J. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem // Proceedings of the American Mathematical Society. 1956. Vol. 7, № 1. P. 48–50. doi:10.1090/S0002-9939-1956-0078686-7
5. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. Алгоритмы. Построение и анализ. Москва : Вильямс, 2005. 1296 с.
6. Goodrich M., Tamassia R. Data Structures and Algorithms in Java, Fourth Edition. N.J. : John Wiley & Sons, 2006.
7. Prim R. Shortest connection networks and some generalizations // Bell System Technical Journal. 1957. Vol. 36, № 6. P. 1389–1401. doi:10.1002/j.1538-7305.1957.tb01515
8. Мельников Б. Ф., Терентьева Ю. Ю. Построение коммуникационных сетей: о применении алгоритма Краскала в задачах больших размерностей // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Vol. 9, № 1. С.13–21.
9. Оре О. Теория графов. М. : Мир, 1980.

References

1. Melnikov B.F., Meshchanin V.Y., Terentyeva Y.Y. Implementation of optimality criteria in the design of communication networks. *Journal of Physics: Conference Series, International Scientific Conference ICMSIT–2020: Metrological Support of Innovative Technological, ICMSIT-2020 (paper 3095)*. Available at: http://conf.domnit.ru/en/conferences/icmsit-2020-en/
2. Bulynin A.G., Mel'nikov B.F., Meshchanin V.Yu., Terent'eva Yu.Yu. Optimization problems arising in the design of high-dimensional communication networks, and some heuristic methods for their solution. *Informatizatsiya i svyaz' = Informatization and communication*. 2020;1:34–40. (In Russ.). Available at: https://elibrary.ru/item.asp?id=42839357
3. Bulynin A.G., Mel'nikov B.F., Meshchanin V.Yu., Terent'eva Yu.Yu. Algorithms for designing communication networks using greedy heuristics of different types. *Informatsionnye tekhnologii i nanotekhnologii (ITNT-2020): sb. tr. po materialam VI Mezhdunar. konf. i molodezhnoy shkoly = Information technology and nanotechnology (ITNT-2020): proceedings of the 6th International conference and youth school*. Samara, 2020:856–860. (In Russ.). Available at: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43576630
4. Kruskal J. On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*. 1956;7(1):48–50. doi:10.1090/S0002-9939-1956-0078686-7
5. Kormen T., Leyzerson Ch., Rivest R., Shtayn K. *Algoritmy. Postroenie i analiz = Algorithms. Construction and analysis*. Moscow: Vil'yams, 2005:1296. (In Russ.)
6. Goodrich M., Tamassia R. *Data Structures and Algorithms in Java, Fourth Edition*. N.J.: John Wiley & Sons, 2006.
7. Prim R. Shortest connection networks and some generalizations. *Bell System Technical Journal*. 1957;36(6):1389–1401. doi:10.1002/j.1538-7305.1957.tb01515
8. Mel'nikov B.F., Terent'eva Yu.Yu. Construction of communication networks: on the application of Kruskal algorithm in problems of large dimensions. *International Journal of Open Information Technologies*. 2021;9(1):13–21. (In Russ.)
9. Ore O. *Teoriya grafov = Graph theory*. Moscow: Mir, 1980. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Борис Феликсович Мельников
доктор физико-математических наук, профессор факультета вычислительной математики и кибернетики, Совместный университет МГУ–ППИ в Шэньчжэне (Китай, 517182, Провинция Гуандун, г. Шэньчжэнь, район Лунган, Даюньсиньчэн, ул. Гоцзидасюеюань, 1)

Boris F. Mel'nikov
Doctor of physical and mathematical sciences, professor of the faculty of computational mathematics and cybernetics, Shenzhen MSU–BIT University (1 International University Park Road, Dayun New Town, Longgang District, Shenzhen, Guangdong Province, PRC, 517182, China)

E-mail: bormel@mail.ru

Юлия Юрьевна Терентьева
кандидат технических наук, начальник управления анализа и методологии совершенствования информационных телекоммуникационных систем, Центр информационных технологий и систем органов государственной власти (Россия, г. Москва, Пресненский Вал, 19, стр. 1)

Yuliya Yu. Terent'eva
Candidate of engineering sciences, head of the department of analysis and methodology for improving information telecommunication systems, Center for Information Technologies and Systems of State Authorities (building 1, 19 Presnensky Val street, Moscow, Russia)

E-mail: terjul@mail.ru

Поступила в редакцию / Received 22.01.2021

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 29.01.2021

Принята к публикации / Accepted 02.02.2021